کلید اولیه آزمون دکتراي سال 1397

به اطلاع داوطلبان شرکت کننده در آزمون دکتري سال 1397 می رساند، این کلید اولیه غیر قابل استناد است و پس از دریافت نظرات داوطلبان و صاحب نظران، کلید نهایی سوالات تهیه و بر اساس آن کارنامه داوطلبان استخراج خواهد شد. در صورت تمایل می توانید حداکثر تا تاریخ 1396/12/15 با مراجعه به سیستم پاسخگویي اینترنتي به نشاني request.sanjesh.org و تکمیل فرم اعتراض به کلید سوالات آزمون دکتري سال 1397 اقدام نمایید.
لازم به ذکر است نظرات داوطلبان فقط از طریق اینترنت دریافت خواهد شد و به موارد ارسالی از طریق دیگر رسیدگی نخواهد شد.

عنوان دفترچه	نوع دفترچه	شماره پاسخنامه	گروه امتحانی
مهندسي مكانيك -ديناميك كنترل وارتعاشات	E	1	فنی و مهندسی

شماره سوال	گزینه صحیح
1	3
2	2
3	3
4	2
5	4
6	4
7	1
8	3
9	1
10	2
11	2
12	3
13	4
14	1
15	1
16	2
17	2
18	3
19	4
20	4
21	1
22	3
23	1
24	3
25	3
26	3
27	3
28	4
29	1
30	1

شماره سوال	گزینه صحیح
31	2
32	4
33	2
34	3
35	4
36	3
37	2
38	4
39	1
40	2
41	3
42	1
43	1
44	4
45	4

خروج

© 2018 Sanjesh Organization

کد کنترل

307

E

307E

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه
۱۳۹۶/۱۲/۴
دفترچهٔ شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دورهٔ دکتری (نیمه‌متمرکز) ـ سال ۱۳۹۷

رشتهٔ مهندسی مکانیک ـ دینامیک، کنترل و ارتعاشات (کد ۲۳۲۳)

تعداد سؤال: ۴۵

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی ـ دینامیک پیشرفته ـ ارتعاشات پیشرفته ـ کنترل پیشرفته	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... در جلسهٔ این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- تابع متناوب f در یک دورهٔ تناوب به‌صورت $f(x)=\begin{cases} x, & 0 \le x \le a \\ 2a-x, & a < x < 2a \end{cases}$، تعریف شده است. سری فوریهٔ مثلثاتی این تابع کدام است؟

۱) $\frac{a}{2}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2a}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi x}{a}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2a}{n\pi}\sin\frac{n\pi x}{a}$

۲) $\frac{a}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}[\frac{2a}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi x}{a}+\frac{2a}{n\pi}\sin\frac{n\pi x}{a}]$

۳) $\frac{a}{2}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4a}{\pi^2(2n-1)^2}\cos\frac{(2n-1)\pi x}{a}$

۴) $\frac{a}{2}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2a}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi x}{a}$

۲- ضرایب سری فوریهٔ a_n تابع متناوب زیر با دورهٔ تناوب 2π برای n های بسیار بزرگ $(n \to \infty)$ با چه توانی از n متناسب‌اند؟

$$f(x)=\begin{cases} \cos^2 x, & |x| \le \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{در غیر این‌صورت} \end{cases}$$

۱) n^{-4}

۲) n^{-3}

۳) n^{-2}

۴) n^{-1}

۳- اگر انتگرال فوریهٔ تابع $f(x)$ به‌صورت $\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\frac{\omega}{1+\omega^4}\sin\omega x\,d\omega$ باشد، آنگاه حاصل انتگرال $\int_{0}^{\infty}(1+x^2)f(x)\sin x\,dx$، کدام است؟

۱) $\frac{1}{8}$

۲) $\frac{1}{4}$

۳) $\frac{3}{4}$

۴) $\frac{3}{8}$

۴- به ازای کدام مجموعه مقادیر از α جواب معادلهٔ زیر، شکل نوسانی خواهد داشت؟

$$\begin{cases} u_{tt}-u_{xx}+\alpha u_t+u=0 & 0<x<1,\ t>0 \\ u(0,t)=u(1,t)=0 & \forall\ t>0 \\ u(x,0)=f(x) & u_t(x,0)=g(x);\ 0<x<1 \end{cases}$$

۱) $[-\sqrt{1+\pi^2}\ ,\ \sqrt{1+\pi^2}\ ]$

۲) $[-2\sqrt{1+\pi^2}\ ,\ 2\sqrt{1+\pi^2}\ ]$

۳) $(-\infty\ ,\ 4+4\pi^2)$

۴) $(-\infty\ ,\ 2+2\pi^2)$

۵- با جایگزینی $u(x,y)=w(x,y)e^{-(bx+ay)}$، معادلهٔ دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبهٔ دوم $u_{xy}+au_x+bu_y+cu=0$، به کدام صورت در می‌آید؟

۱) $e^{-(bx+ay)}w_{xy}+(c-ab)w=0$

۲) $w_{xy}+(c-ab)e^{-(bx+ay)}w=0$

۳) $w_{xy}+(c+ab)w=0$

۴) $w_{xy}+(c-ab)w=0$

۶- برای پاسخ مسئلهٔ $\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = ۰ & ۰ < x < \frac{\pi}{۲},\ t > ۰ \\ u(x,۰) = \sin x\ ,\ u_t(x,۰) = \cos x \\ u_x(۰,t) = ۰\ ,\ u(\frac{\pi}{۲},t) = ۰ \end{cases}$، حاصل عبارت $u(\frac{\pi}{۴}\ ,\ \frac{\pi}{۲})$، کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$

۲) $\sqrt{۲}+۱$

۳) $۲\sqrt{۲}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۷- در میله‌ای به طول $L = \pi$، معادلهٔ حرارت با شرایط زیر داده شده است. دمای u در زمان $t = ۱$ و مکان $x = \frac{L}{۴}$، کدام است؟

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} \\ u(۰,t) = u(L,t) = ۰ \\ u(x,۰) = \sin(\frac{۲\pi}{L}x) \end{cases}$$

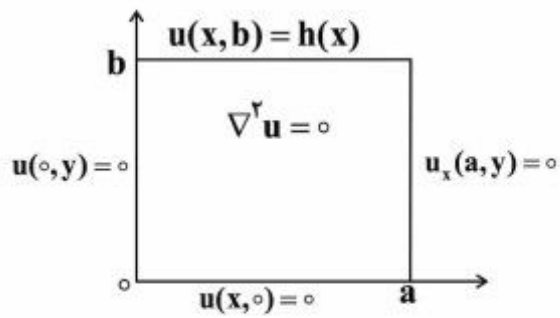
۱) $e^{-۴}$

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}e^{-۱}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}e^{-۴}$

۴) $e^{-۱}$

۸- در مسئلهٔ مقدار مرزی زیر با شرایط داده شده بر مستطیل، پایهٔ متعامد بسط شرط مرزی $h(x)$ به‌صورت سری فوریه کدام است؟



۱) $\left\{\sin\frac{k\pi x}{۲a}\right\}_k$

۲) $\left\{\cos\frac{(۲k-۱)\pi x}{۲a}\right\}_k$

۳) $\left\{\sin\frac{(۲k-۱)\pi x}{۲a}\right\}_k$

۴) $\left\{\cos\frac{k\pi x}{a}\right\}_k$

۹- می‌دانیم $f(z)$ یک تابع تام و $Re[f(z)] = u(x,y) = \alpha_1 x^3 + \alpha_2 x^2 y + \alpha_3 x y^2 + \alpha_4 y^3 + \beta_1 x + \beta_2 y$ است. در این صورت روابط بین ضرایب α_k و β_k در حالت کلی کدام است؟

۱) $\alpha_2 = -3\alpha_1$ ، $\alpha_3 = -3\alpha_4$ ، β_1, β_2 دلخواه

۲) α_1 ، α_4 صفر و بقیهٔ ضرایب دلخواه

۳) α_2 ، α_3 صفر و بقیهٔ ضرایب دلخواه

۴) α_k ها صفر، β_1, β_2 دلخواه

۱۰- مکان هندسی نقاطی از صفحهٔ مختلط که در رابطهٔ $\left|\frac{z-1+i}{2z-3i}\right| = \frac{1}{2}$ صدق می‌کنند، کدام است؟

۱) بیضی ۲) خط مستقیم ۳) دایره ۴) هذلولی

۱۱- حاصل انتگرال زیر روی مسیر بستهٔ C (دایره به مرکز مبدأ و شعاع واحد)، کدام است؟

$$I = \oint_C Re\{z\} + i\,Im\{z^2\}\,dz$$

۱) π

۲) $i\pi$

۳) $i\frac{\pi}{2}$

۴) $\frac{\pi}{2}$

۱۲- فرض کنید تابع مختلط $f(z) = f(x+iy) = u(x,y) + iv(x,y)$ در صفحهٔ مختلط مشتق‌پذیر است و داریم: $u(x,y) + v(x,y) = \pi$ و $u(0,0) = 0$. در این صورت مقدار $I = \oint_{|z|=1} \frac{\sin(f(z))}{\sin(z)} dz$، کدام است؟

۱) $2\pi i \sinh(\pi)$

۲) $\pi(e^{-\pi} + e^{\pi})$

۳) $\pi(e^{-\pi} - e^{\pi})$

۴) 0

۱۳- اگر C مرز $|z| = 3$ در جهت مثلثاتی باشد، آنگاه مقدار انتگرال $\oint_C \frac{dz}{z^2 \sin z}$، کدام است؟

۱) πi

۲) $2\pi i$

۳) $\frac{\pi i}{2}$

۴) $\frac{\pi i}{3}$

۱۴- مقدار ماندهٔ تابع مختلط $f(z)=\frac{1}{\sin^2(z)}+\frac{1}{1-\cos(z)}$ در نقطهٔ $z=0$، کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{1}{6}$

۴) ۱

۱۵- سری لوران تابع $f(z)=\frac{\cosh z}{(z+i\pi)^2}$ ، حول نقطه $-\pi i$، کدام است؟

۱) $-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(z+\pi i)^{2n-2}}{(2n)!}$

۲) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(z+\pi i)^{2n-2}}{n!}$

۳) $-\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(z+\pi i)^{2n-2}}{n!}$

۴) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(z+\pi i)^{2n-2}}{(2n)!}$

۱۶- جسم صلب دلخواهی در فضا حول مرکز جرمش دوران می‌کند. اگر برایند گشتاورهای وارد بر جسم حول مرکز جرم برابر صفر باشد $\sum \underline{M}_G=0$، گزینهٔ نادرست کدام است؟

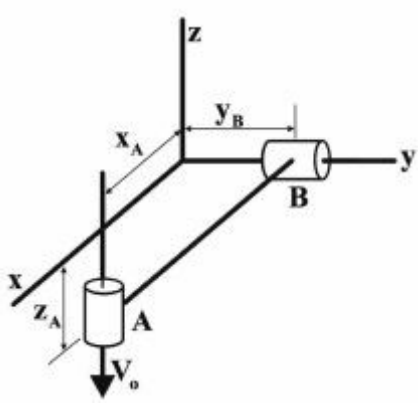
۱) حاصل‌ضرب داخلی بردار اندازه‌حرکت زاویه‌ای جسم در بردار سرعت زاویه‌ای جسم ثابت است.

۲) اندازهٔ بردار سرعت زاویه‌ای جسم ثابت است ولی جهت آن ممکن است تغییر کند.

۳) اندازه‌حرکت زاویه‌ای جسم حول مرکز جرم ثابت است.

۴) انرژی جنبشی دورانی جسم ثابت است.

۱۷- لغزندهٔ A با سرعت ثابت v_0 مطابق شکل زیر، حرکت می‌کند. مقدار سرعت لغزندهٔ B، کدام است؟ (میلهٔ AB صلب است)



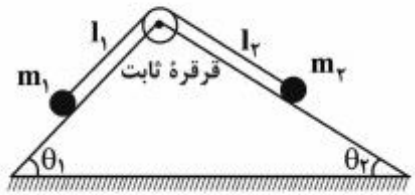
۱) $2v_0\frac{y_B}{z_A}$

۲) $v_0\frac{z_A}{y_B}$

۳) $2v_0$

۴) v_0

۱۸- هرگاه l_1 مختصات تعمیم‌یافته باشد، نیروی تعمیم‌یافتهٔ Q_{l_1} کدام است؟ (جرم‌های کوچک m_1 و m_2 توسط کابلی به طول ثابت l به هم متصل شده‌اند.)



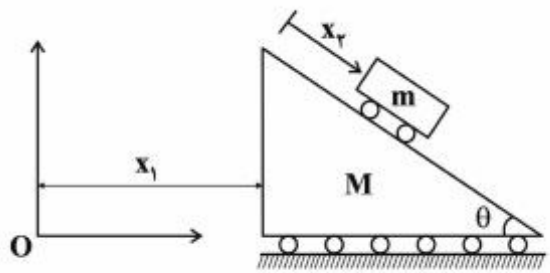
۱) $m_2 g \sin\theta_1 - m_1 g \sin\theta_2$

۲) $m_1 g \cos\theta_1 + m_2 g \cos\theta_2$

۳) $m_1 g \sin\theta_1 - m_2 g \sin\theta_2$

۴) $m_1 g \cos\theta_1 - m_2 g \cos\theta_2$

۱۹- تابع لاگرانژین برای سیستم زیر، کدام است؟



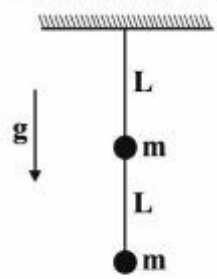
۱) $\frac{1}{2}M\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 - 2\dot{x}_1\dot{x}_2\cos\theta) - mgx_2\sin\theta$

۲) $\frac{1}{2}M\dot{x}_1^2 - \frac{1}{2}m(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 - 2\dot{x}_1\dot{x}_2\cos\theta) - mgx_2\sin\theta$

۳) $\frac{1}{2}M\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2\cos^2\theta) + mgx_2\sin\theta$

۴) $\frac{1}{2}M\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + 2\dot{x}_1\dot{x}_2\cos\theta) + mgx_2\sin\theta$

۲۰- پاندول زیر، از دو گوی کوچک با جرم‌های مساوی m و یک میلهٔ صلب بدون جرم، به‌طول $2L$ ساخته شده است. میله می‌تواند آزادانه حول انتهای فوقانی خود بچرخد. پریود نوسان این پاندول کدام است؟ (دامنهٔ نوسان کوچک فرض شود)



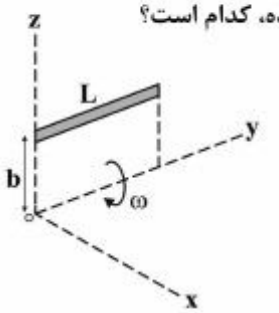
۱) $2\pi\sqrt{\frac{3g}{5L}}$

۲) $2\pi\sqrt{\frac{3L}{2g}}$

۳) $2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$

۴) $2\pi\sqrt{\frac{5L}{3g}}$

۲۱- میلهٔ باریک و یکنواخت زیر به جرم **m** و طول **L** حول محور **y** با سرعت زاویه‌ای ω دوران می‌کند. بردار اندازه‌حرکت زاویه‌ای میله حول مبدأ دستگاه مختصات **xyz** در موقعیت نشان داده شده، کدام است؟



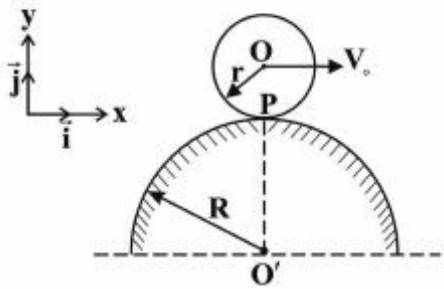
۱) $mb^2\omega(\vec{j}-\frac{L}{2b}\vec{k})$

۲) $mb^2\omega(\vec{j}-\frac{L}{b}\vec{k})$

۳) $mLb\omega\vec{j}$

۴) $mb^2\omega\vec{j}$

۲۲- استوانه‌ای به شعاع **r** روی سطح ثابتی به شعاع **R** غلت بدون لغزش می‌کند. اگر سرعت مرکز استوانه ثابت و برابر $v_\circ$ باشد، شتاب نقطهٔ **P** کدام است؟



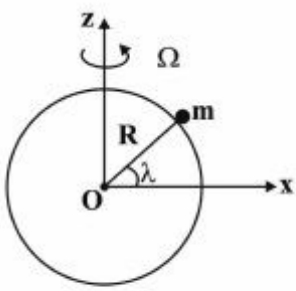
۱) $-\frac{v_\circ^2}{R+r}\vec{j}$

۲) $\frac{v_\circ^2}{r}\vec{j}$

۳) $\frac{v_\circ^2 R}{r(R+r)}\vec{j}$

۴) $\frac{v_\circ^2}{R}\vec{j}$

۲۳- جسمی به جرم **m**، بر روی سطح کرهٔ زمین در عرض جغرافیایی λ به‌طور ثابت قرار گرفته است. با فرض وجود ضریب اصطکاک ایستایی μ و سرعت دورانی Ω برای زمین، نیروی اصطکاک وارد بر جسم کدام است؟ **g** شتاب گرانش بر روی سطح زمین می‌باشد.



۱) $mR\Omega^2\sin\lambda\cos\lambda[-\sin\lambda\hat{i}+\cos\lambda\hat{k}]$

۲) $\mu m(g-R\Omega^2\sin\lambda\cos\lambda)\hat{j}$

۳) $\mu mg[-\sin\lambda\hat{i}+\cos\lambda\hat{k}]$

۴) $\mu mg\hat{j}$

۲۴- مجموعه‌ای شامل **N** جرم یکسان را در یک محیط بسته و یک‌بعدی، تحت نیروهای خارجی و میدان‌های القایی قرار داده‌ایم. توزیع اندازهٔ سرعت آنها از تابع $f(v)=ke^{-kv}$ تبعیت می‌کند. یعنی، کسری از اجرام که دارای سرعت در بازهٔ v و $v+dv$ می‌باشند، برابر با $f(v)dv$ است. سرعت سریع‌ترین جرم درون محیط کدام است؟

$(\int_\circ^\infty f(v)dv=1)$

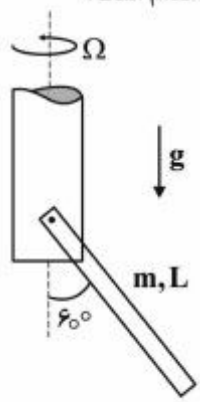
۱) $\frac{1}{k}e^{kN}$

۲) kN

۳) $\frac{1}{k}\ln(N)$

۴) $2kN$

۲۵- میلهٔ باریک و یکنواخت زیر به‌طول L به قطعهٔ دواری مفصل شده است. سرعت قطعهٔ دوار، Ω، توسط موتوری ثابت نگه داشته شده است. اگر میله زاویهٔ ثابت ۶۰° درجه را با خط قائم حفظ کند، اندازهٔ Ω کدام است؟



۱) $\sqrt{\frac{g}{L}}$

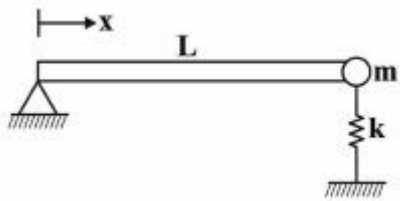
۲) $\sqrt{\frac{۲g}{L}}$

۳) $\sqrt{\frac{۳g}{L}}$

۴) $\sqrt{\frac{۶g}{L}}$

۲۶- برای به‌دست آوردن پاسخ تقریبی تیر زیر، از تابع آزمایش مرتبه چهار $\phi(x)$ به عنوان تابع مقایسه‌ای برای مجزاسازی با روش گالرکین استفاده می‌شود. مقدار b باید برابر کدام یک باشد؟

$$\phi(x) = bx + dx^{۳} + x^{۴}$$



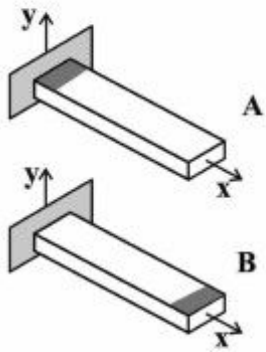
۱) $\frac{-۱۲EI}{k - m\omega^{۲}} + L^{۳}$

۲) $\frac{۶EI}{k - m\omega^{۲}} + L^{۳}$

۳) $\frac{۱۲EI}{k - m\omega^{۲}} + L^{۳}$

۴) $\frac{-۶EI}{k - m\omega^{۲}} + L^{۳}$

۲۷- دو تیر یک‌سر گیردار زیر کاملاً یکسان هستند، بنابراین فرکانس طبیعی آن‌ها نیز یکسان است. در تیر A لبهٔ نزدیک تکیه‌گاه کمی سائیده می‌شود. در تیر B همان میزان سایش در لبهٔ آزاد تیر انجام می‌شود. در این مورد، گزینهٔ صحیح کدام است؟



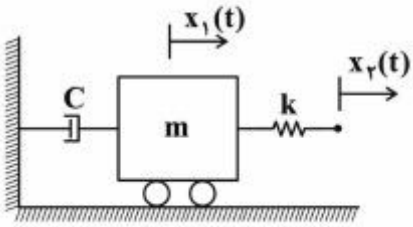
۱) فرکانس طبیعی از ویژگی‌های یک تیر است و با سایش جرم آن تغییر نمی‌کند.

۲) فرکانس طبیعی تیرها برابر و بیش‌از فرکانس طبیعی اولیه می‌شود.

۳) فرکانس طبیعی تیر B از تیر A بیش‌تر می‌شود.

۴) فرکانس طبیعی تیر A از تیر B بیش‌تر می‌شود.

۲۸- نسبت دامنهٔ خروجی به دامنهٔ ورودی سیستم یک‌درجه‌آزادی نشان داده شده $\frac{X_1}{X_2}$ در شکل زیر کدام است؟



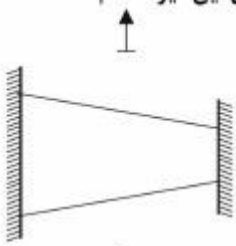
۱) $r^2\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}$

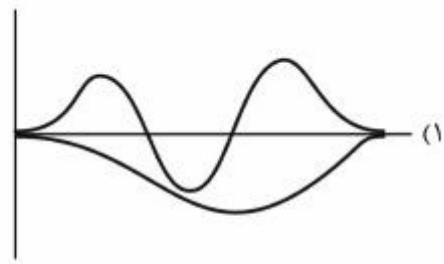
۲) $\frac{r^2}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$

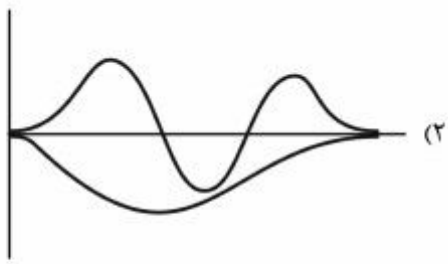
۳) $\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}$

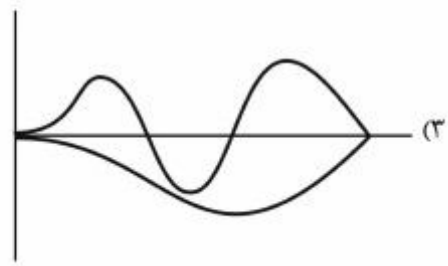
۴) $\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2+(2\zeta r)^2}}$

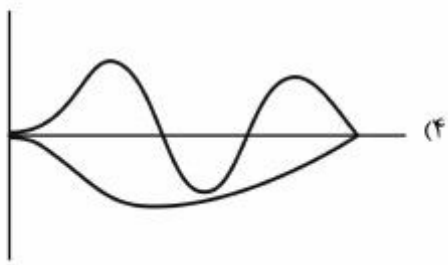
۲۹- تیر زیر با مقطع دایره‌ای در دو انتها ثابت بوده و دارای ارتعاش جانبی است. فرم صحیح مودهای این تیر، کدام است؟



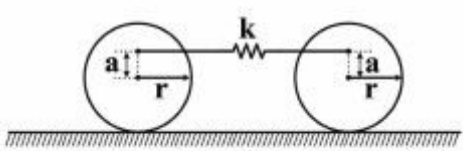
۱)


۲)


۳)


۴)


۳۰- در سیستم ارتعاشی زیر، دیسک‌ها یکسان هستند. با افزایش پارامتر a از صفر تا r، چه تغییری در فرکانس‌های طبیعی سیستم به وجود می‌آید؟ تماس دیسک‌ها با سطح، بدون لغزش فرض شود.



سطح بدون لغزش

۱) یک فرکانس تغییر نمی‌کند و فرکانس دیگر دو برابر می‌شود.

۲) یک فرکانس تغییر نمی‌کند و فرکانس دیگر نصف می‌شود.

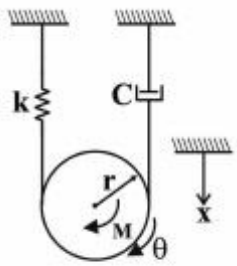
۳) هر دو فرکانس طبیعی ثابت می‌مانند.

۴) هر دو فرکانس طبیعی چهار برابر می‌شوند.

۳۱- برای به‌دست آوردن معادلات حرکت سیستم ارتعاشی زیر، از روش لاگرانژ یعنی:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}-\frac{\partial T}{\partial q_i}+\frac{\partial V}{\partial q_i}=Q_i$$

در صورتی‌که $q_1 = x$ ، $q_2 = \theta$ باشد، Q_1 ، Q_2 چه مقادیری، هستند؟



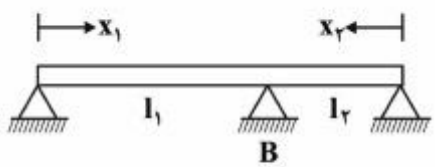
۱) $Q_1 = -C(\dot{x}+r\dot{\theta})+\frac{M}{r}$ ، $Q_2 = -Cr^2\dot{\theta}+M$

۲) $Q_1 = -C(\dot{x}+r\dot{\theta})$ ، $Q_2 = M-Cr(\dot{x}+r\dot{\theta})$

۳) $Q_1 = -C(\dot{x}+r\dot{\theta})+M$ ، $Q_2 = M+Cr(\dot{x}+r\dot{\theta})$

۴) $Q_1 = 0$ ، $Q_2 = -Cr(\dot{x}+r\dot{\theta})+M$

۳۲- در تیر زیر، شرایط مرزی در تکیه‌گاه B، کدام است؟



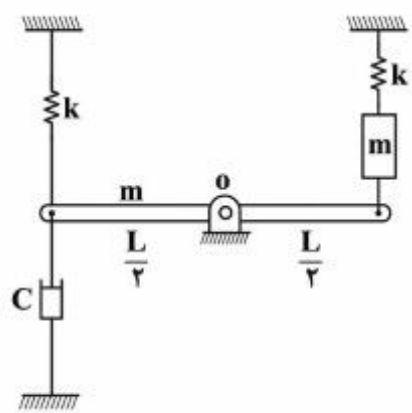
۱) $M(l_1,t)=M(l_2,t)$ ، $\frac{\partial^3 w_1(l_1,t)}{\partial x_1^3}=\frac{\partial^3 w_2(l_2,t)}{\partial x_2^3}$

۲) $\frac{\partial w_1(l_1,t)}{\partial x_1}=\frac{\partial w_2(l_2,t)}{\partial x_2}$ ، $\frac{\partial^3 w_1(l_1,t)}{\partial x_1^3}=\frac{\partial^3 w_2(l_2,t)}{\partial x_2^3}$

۳) $M(l_1,t)=M(l_2,t)$ ، $\frac{\partial w_1(l_1,t)}{\partial x_1}=\frac{\partial w_2(l_2,t)}{\partial x_2}$

۴) $M(l_1,t)=M(l_2,t)$ ، $\frac{\partial w_1(l_1,t)}{\partial x_1}=-\frac{\partial w_2(l_2,t)}{\partial x_2}$

۳۳- میلهٔ سیستم مکانیکی زیر، صلب، به جرم m و در نقطهٔ O لولا شده است. ضریب میرایی C که سیستم را در شرایط میرایی بحرانی قرار می‌دهد، کدام است؟ $I_o = \frac{1}{12}mL^2$



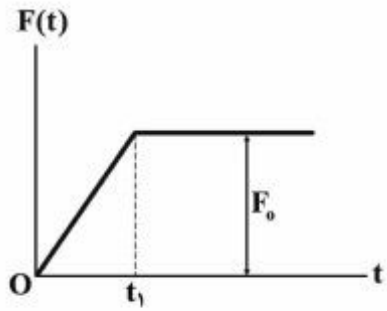
۱) $\sqrt{km}$

۲) $\sqrt{\frac{32}{3}km}$

۳) $\sqrt{32km}$

۴) $\sqrt{2km}$

۳۴- یک سیستم جرم ـ فنر تحت اثر نیروی $F(t)$ قرار گرفته است. اگر شرایط اولیه صفر فرض شود، مقدار بیشینهٔ $\left(\frac{XK}{F_0}\right)$ کدام خواهد بود؟



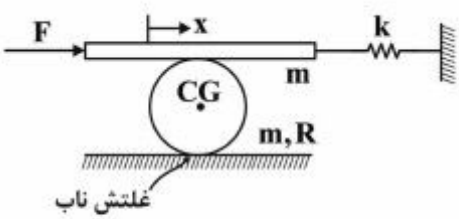
۱) $1+\frac{1}{\omega_n t_1}\sqrt{\frac{1}{2}(1-\cos\omega_n t_1)}$

۲) $1+\frac{1}{\omega_n t_1}\sqrt{(1-\cos\omega_n t_1)}$

۳) $1+\frac{1}{\omega_n t_1}\sqrt{2(1-\cos\omega_n t_1)}$

۴) $1+\frac{1}{2\omega_n t_1}\sqrt{(1-\cos\omega_n t_1)}$

۳۵- اگر جرم افقی m روی غلتک زیر به جرم m و شعاع R، غلتش ناب داشته باشد، دامنهٔ ارتعاش پایدار $x_{(t)}$ جرم افقی در اثر نیروی تحریک هارمونیک $F = F_0 \sin\omega t$، کدام است؟ ($I_{CG} = \frac{1}{2}mR^2$ غلتک)



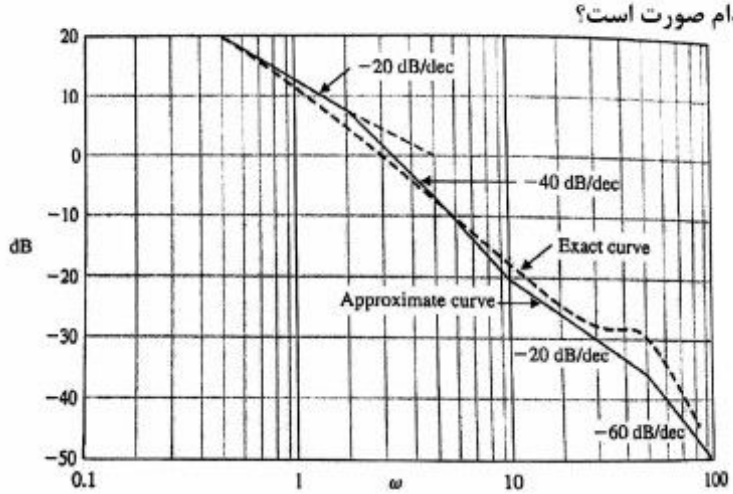
۱) $\frac{F_0}{k-m\omega^2}$

۲) $\frac{F_0}{k-2m\omega^2}$

۳) $\frac{8F_0}{8k-9m\omega^2}$

۴) $\frac{8F_0}{8k-11m\omega^2}$

۳۶- بخش اندازه از دیاگرام بود (Bode) یک سیستم پایدار و غیرحداقل فاز (Non-Minimum Phase) به شکل زیر است. تابع تبدیل این سیستم به کدام صورت است؟



۱) $G(s)=\dfrac{۵(۰/۱s+۱)}{s(۰/۵s+۱)(۴\times۱۰^{-۴}s^{۲}+۰/۶\times۰/۰۲s+۱)}$

۲) $G(s)=\dfrac{۵(۱۰s-۱)}{s(۲s+۱)(۲۵۰۰s^{۲}+۰/۶\times۵۰s+۱)}$

۳) $G(s)=\dfrac{۵(۰/۱s-۱)}{s(۰/۵s+۱)(۴\times۱۰^{-۴}s^{۲}+۰/۶\times۰/۰۲s+۱)}$

۴) $G(s)=\dfrac{۵(۱۰s-۱)}{s(۲s-۱)(۲۵۰۰s^{۲}+۰/۶\times۵۰s+۱)}$

۳۷- معادلات حالت یک سیستم پیوستهٔ خطی به شکل زیر است. تابع تبدیل سیستم کدام است؟

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$$
$$y(t)=Cx(t)+Du(t)$$
$$A=\begin{bmatrix}-۴ & ۰ & ۰ & ۰\\ ۰ & -۳ & ۰ & ۰\\ ۰ & ۰ & -۲ & ۰\\ ۰ & ۰ & ۰ & -۱\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}۵\\ ۰\\ ۲\\ ۷\end{bmatrix},\ C=[۱\ ۱\ ۱\ ۰],\ D=۰$$

۱) $G(s)=\dfrac{s+۷}{s^{۳}+۱۸s^{۲}+۶s+۱۸}$

۲) $G(s)=\dfrac{۷s+۱۸}{s^{۲}+۶s+۸}$

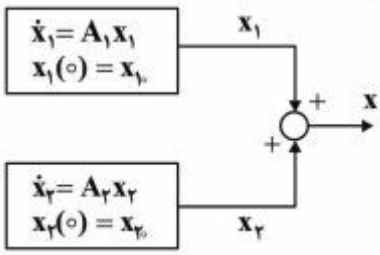
۳) $G(s)=\dfrac{s+۷}{s^{۲}+۶s+۸}$

۴) $G(s)=\dfrac{۷s+۱۸}{s^{۳}+۱۸s^{۲}+۶s+۱۸}$

۳۸- در سیستم زیر x_1 و x_2 هر کدام متغیرهای حالت n بعدی هستند که شرایط اولیهٔ آن‌ها x_{1_0} و x_{2_0} است. A_1 و A_2 ماتریس‌های مربع $n \times n$ هستند و حل x_1 و x_2 عبارت است از:

$$x_1(t) = e^{A_1 t} x_{1_0} \quad \text{و} \quad x_2(t) = e^{A_2 t} x_{2_0}$$

با توجه به موارد فوق در مورد امکان جایگزینی این سیستم با سیستمی که در آن $x = x_1 + x_2$ ، $A = A_1 + A_2$ و نمایش سیستم با $\dot{x} = Ax$ که در آن $x(0) = x_{1_0} + x_{2_0}$ ، گزینهٔ صحیح کدام است؟



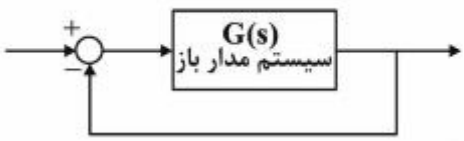
۱) با توجه به ساختار سیستم خطی جایگزینی پیشنهادی همواره صحیح است.

۲) فقط وقتی صحیح است که مقادیر ویژهٔ A_1 و A_2 برابر باشند.

۳) در فضای برداری n بعدی این جایگزینی صحیح نیست.

۴) تنها اگر $A_1 A_2 = A_2 A_1$ باشد، صحیح است.

۳۹- در سیستم زیر، تابع تبدیل مدار باز $G(s)$ است که در مدار بسته قرار گرفته است. در مورد قطب‌ها (poles) و صفرهای (zeros) سیستم‌های مدار باز و مدار بسته، کدام گزینه درست است؟



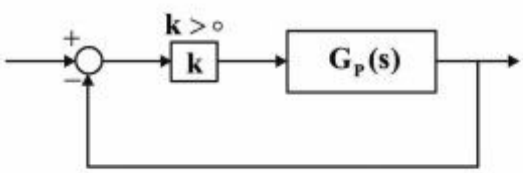
۱) صفرهای مدار بسته همان صفرهای مدار باز هستند.

۲) قطب‌های مدار بسته همان قطب‌های مدار باز هستند.

۳) صفرها و قطب‌های مدار بسته با صفرها و قطب‌های مدار باز متفاوتند.

۴) بعضی از قطب‌های مدار باز ممکن است با قطب‌های مدار بسته برابر باشند.

۴۰- در سیستم مدار بستهٔ زیر که در آن $G_p(s) = \dfrac{s^2(1+b)s + b}{s^4 + 9/5s^3 + 28/5s^2 + 27s}$ است؛ به ازای کدام مقادیر پارامتر b، سیستم مدار بسته به ازای همهٔ مقادیر $k > 0$، پایدار مجانبی (کاملاً پایدار) است؟



۱) $4 < b < 11/5$

۲) $0 < b < 8/5$

۳) $1 < b < 21/5$

۴) $2 < b < 17/5$

۴۱- برای سیستم خطی با معادلات حالت زیر در حالتی که در آن $u = 0$ و $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ است، رفتار سیستم محاسبه شده و به‌صورت $y(t) = 2e^{-5t}$ درآمده است. درمورد مشاهده‌پذیری و کنترل‌پذیری سیستم، گزینهٔ صحیح کدام است؟

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$
$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

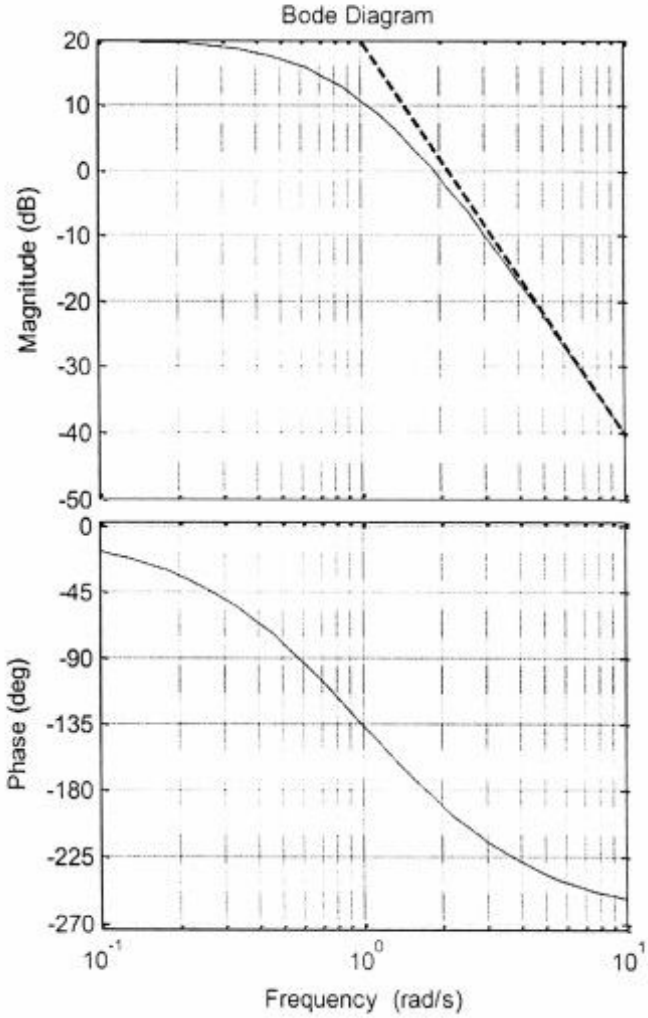
۱) کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر است.
۲) نه کنترل‌پذیر و نه مشاهده‌پذیر است.
۳) کنترل‌پذیر است ولی مشاهده‌پذیر نیست.
۴) کنترل‌پذیر است ولی در مورد مشاهده‌پذیری نمی‌توان نظر داد.

۴۲- برای سیستم زیر با شرایط اولیهٔ $x_1(0) = 2$ ، $x_2(0) = 2$ و ورودی پله واحد، مقادیر نهایی متغیرهای حالت، کدام است؟

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$
$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix};\ B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix};\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix};\ D = 0$$

۱) $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$
۲) $x_1 = x_2 = -\frac{1}{2}$
۳) $x_1 = x_2 \to \infty$
۴) $x_1 = x_2 = 0$

۴۳- دیاگرام بود سیستم مدار بازی، بدون در نظر گرفتن بهره، به‌صورت زیر است. بهرهٔ سیستم مدار باز چقدر باشد تا حد بهرهٔ سیستم مدار بسته حدود ۸ دسیبل شود؟



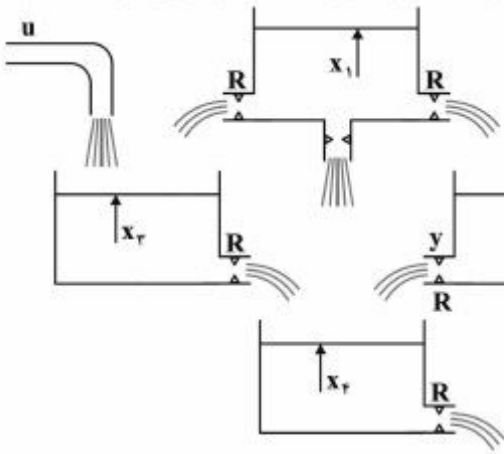
۱) $kp = ۰/۳۲$

۲) $kp = ۳$

۳) $kp = ۱۰$

۴) با هیچ بهره‌ای پاسخ درست حاصل نمی‌شود.

۴۴- سیستم زیر، شامل ۴ مخزن مایع به ارتفاع x_1 تا x_4 با سطح مقطع‌های یکسان بوده و مقاومت شیرهای خروجی همه مساوی R ، نمایش یک سیستم خطی است. ورودی به این سیستم دبی u است که به ظرف سوم وارد می‌شود و خروجی y دبی خارج شده از ظرف دوم است. کدام پاسخ در مورد کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری این سیستم صحیح است؟



۱) X_1، X_2 و X_4 مشاهده‌پذیرند و X_1، X_3 و X_4 کنترل‌پذیرند.

۲) X_1، X_2، X_3 و X_4 مشاهده‌پذیرند و X_3 کنترل‌پذیر است.

۳) فقط X_2 مشاهده‌پذیر و X_3 کنترل‌پذیر است.

۴) X_1 و X_2 مشاهده‌پذیرند و X_3 و X_4 کنترل‌پذیرند.

۴۵- معادلات حالت سیستم خطی رستهٔ ۴ و ماتریس‌های A، B و C مربوط به آن داده شده است. پاسخ صحیح در مورد تابع تبدیل بین ورودی و خروجی در میدان لاپلاس، کدام است؟

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$
$$A = \begin{bmatrix} -۲ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۱/۵ & -۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & -۴ & ۰ \\ ۰ & ۲/۵ & ۲ & -۱ \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \\ ۰ \\ ۰ \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} ۰ & ۴ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}$$

۱) $\dfrac{۱}{(s+۲)(s+۳)(s+۴)(s+۱)}$

۲) $\dfrac{s+۲/۵}{(s+۱)(s+۲)(s+۳)(s+۴)}$

۳) $\dfrac{(s+۱/۵)(s+۲/۵)}{(s+۲)(s+۳)(s+۱)}$

۴) $\dfrac{۴}{s+۳}$